

# Antwoorden Logica Oefeningen H6

## Hoofdstuk 6 - Extra Oefeningen

### Opgave 1:

- a) Vertaalsleutel:  
p: je begrijpt me  
 $\Diamond \neg p \wedge \neg \Box \neg p$
- b) Vertaalsleutel:  
p: het regent  
 $\Diamond p \rightarrow \Box \Diamond p$
- c) Vertaalsleutel: idem  
 $\Diamond(\Diamond p \rightarrow p)$
- d) Vertaalsleutel: idem  
 $\Diamond \Box p \rightarrow \Box p$
- e) Vertaalsleutel: idem  
De belangrijke vraag is: waar verwijst 'dat' naar?  
1)  $\Diamond p \wedge \Diamond \Box p$  ('dat' verwijst naar  $p$ )  
2)  $\Diamond p \wedge \Diamond \Box \Diamond p$  ('dat' verwijst naar  $\Diamond p$ )
- f) Vertaalsleutel:  
p: het vriest  
q: het dooit  
 $\Diamond p \wedge \Diamond q$

### Opgave 2:

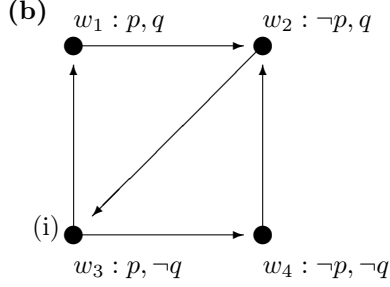
(a)

- (i)  $V_{w1}(\Box p) = 0$ , want er is een wereld ( $w_2$ ) toegankelijk vanuit  $w_1$  ( $w_1 R w_2$ ) waar geldt dat  $V_{w2}(p) = 0$ . Dus  $V_{w1}(\Box p \rightarrow \Box \Box p) = 1$ .  
 $V_{w2}(\Box p) = 1$ , bij alle toegankelijke werelden ( $= w_1$ ) geldt dat  $V(p) = 1$ .  $V_{w2}(\Box \Box p) = 0$ , want  $w_2 R w_1$  en  $V_{w1}(\Box p) = 0$ . Dus  $V_{w2}(\Box p \rightarrow \Box \Box p) = 0$ .  
Dit tweede punt geeft meteen een tegenvoorbeeld dat laat zien dat de formule niet geldig is op **M**.
- (ii)  $V_{w1}(\Box p) = 0$  en  $V_{w2}(\Box p) = 1$  (zie (i)), dus  $V_{w1}(\neg \Box p) = 1$  en  $V_{w2}(\neg \Box p) = 0$ . Dus niet geldig op **M**.

- (iii)  $V_{w1}(p) = 1$ . Verder geldt dat  $w1Rw1$  en  $w1Rw2$ .  $V_{w1}(\Diamond p) = 1$ , omdat er een toegankelijke wereld is waarin  $V(p) = 1$  (namelijk  $w1$ ).  $V_{w2}(\Diamond p) = 1$ , omdat daar ook een toegankelijke wereld is waarin  $V(p) = 1$  (wederom  $w1$ ). Dus  $V_{w1}(p \rightarrow \Box \Diamond p) = 1$ .

$V_{w2}(p) = 0$ , dus  $V_{w2}(p \rightarrow \Box \Diamond p) = 1$ .

Dus de formule is geldig op **M**.



- (ii)
- Alleen  $w2$  is toegankelijk vanuit  $w1$  en  $V_{w2}(q) = 1$ , dus  $V_{w1}(\Box q) = 1$ .
  - Alleen  $w3$  is toegankelijk vanuit  $w2$  en  $V_{w3}(\neg(p \rightarrow q)) = V_{w3}(\neg(1 \rightarrow 0)) = 1$ , dus  $V_{w2}(\Box \neg(p \rightarrow q)) = 1$ .
  - $w1$  en  $w4$  zijn toegankelijk vanuit  $w3$ .  
 $V_{w1}(p \wedge q) = 1$ , dus  $V_{w1}((p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)) = 1$ .  
 $V_{w4}(\neg p \wedge \neg q) = 1$ , dus  $V_{w4}((p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)) = 1$ .  
Dus  $V_{w3}(\Box((p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q))) = 1$ .
  - Vanuit  $w1$  is alleen  $w2$  toegankelijk en vanuit  $w2$  is alleen  $w3$  toegankelijk.  
 $V_{w3}(p) = 1$ , dus  $V_{w1}(\Diamond \Box p) = 1$ .
  - Vanuit  $w1$  is alleen  $w2$  toegankelijk en  $V_{w2}(p) = 0$ , dus  $V_{w1}(\Diamond p \wedge \Diamond q) = 0$ .
- (iii)
- $V_{w2}(\Diamond \Diamond \Box p) = 0$  en  $V_{w2}(\Diamond \Box p) = 0$ , dus  $\Diamond \Box p \vee \Diamond \Diamond \Box p$  is niet geldig op **M**.
  - $V(\Box p) = 1$  alleen bij  $w2$  en  $V_{w2}(\neg p) = 1$ , dus  $\Box p \rightarrow \neg p$  is geldig op **M**.
  - $V(p) = 1$  voor  $w1$  en  $w3$ , maar  $V_{w1}(\Diamond p) = 0$ , dus  $(p \rightarrow \Diamond p) \wedge (q \rightarrow \Diamond q)$  is niet geldig op **M** ( $w1$  geeft een tegenvoorbeeld).
  - In iedere wereld is het antecedent waar, want  $p \vee \neg p$  is een tautologie en er is tenminste 1 wereld bereikbaar vanuit iedere wereld. Voor het consequent geldt dat  $V_{w1}(\Box(p \vee \neg q)) = 0$ , dus is de gehele formule niet geldig op **M**.