

Antwoorden Logica Oefeningen H7

Hoofdstuk 7 - Extra Vertalingen

Vertalingen

- i) Vertaalsleutel:
Bx: x is bitter
Zx: x is zoet
Domein: Eetbare dingen
 $\forall x(Bx \vee Zx)$
- ii) Vertaalsleutel en domein: idem
 $\forall xBx \vee \forall xZx$
- iii) Vertaalsleutel:
Wx: x is een walvis
Zx: x is een zoogdier
Domein: dieren
 $\forall x(Wx \rightarrow Zx)$
- iv) Vertaalsleutel en domein: idem, met toevoeging t: Theodoor
 Wt
- v) Vertaalsleutel:
m: Marjo
Nx: x is nieuw
Fx: x is een fiets
Hxy: x heeft y
Domein: dingen en mensen
 $\exists x(Nx \wedge Fx \wedge Hmx)$
- vi) Vertaalsleutel:
Wx: x is een walvis
Gx: x is groot
Bx: x is een bek
Hxy: x heeft y
Domein: dieren en lichaamsdelen
 $\forall x(Wx \rightarrow \exists y(Hxy \wedge By \wedge Gy))$
- vii) Vertaalsleutel:
Axy: x aanbidt y
Domein: mensen
 $\forall x\exists yAxy$

- viii) Vertaalsleutel en domein: idem
 $\exists x \forall y A y x$
- ix) Vertaalsleutel:
 Kxyz: x krijgt y van z
 Dx: x is een ding
 e: Elske
 k: Karel
 Domein: dingen en mensen
 $\neg \exists x (Dx \wedge K e x k)$
- x) Vertaalsleutel en domein: idem, met toevoeging m: Marjo, j: Jan, p: Piet
 $\exists x (Dx \wedge K m x j) \wedge \neg \exists y (Dy \wedge K m y p)$
- xi) Vertaalsleutel:
 m: Marjo
 Fx: x is een fiets
 Nx: x is nieuw
 Mx: x is een mens
 Vxy: x is van y
 Sxy: x heeft y gestolen
 Lxy: x heeft y geleend
 Domein: dingen en mensen
 $\exists x \exists y (F x \wedge N x \wedge V x m \wedge M y \wedge (S y x \vee L y x))$
- xii) Vertaalsleutel:
 i: ik
 j: jij
 Gxy: x heeft genoeg van y
 Sxy: x is een smoesje van y
 Domein: mensen en smoesjes
 $\forall x (S x j \rightarrow G i x)$
- xiii) Vertaalsleutel:
 Ox: x is onsterfelijk
 Domein: personen
 $\neg \exists x O x$
- xiv) Vertaalsleutel:
 Ax: x is een Amsterdammer
 Sx: x is slim
 j: Jan
 Domein: mensen
 $\forall x (A x \rightarrow S x) \rightarrow S j$
- xv) Vertaalsleutel:
 Mx: x is een man
 Fx: x is een vrouw
 Vx: x is volwassen
 Domein: mensen
 $\exists x (M x \wedge \neg V x) \wedge \exists x (F x \wedge \neg V x)$

- xvi) Vertaalsleutel:
 Bx: x blaft
 Hx: x is een hond
 Yx: x bijt
 Domein: dieren
 $\forall x((Bx \wedge Hx) \rightarrow \neg Yx)$
- xvii) Vertaalsleutel:
 Wx: x is een warme bakker
 Bxy: x bakt y
 Rx: x is een broodje
 Ax: x is warm
 Domein: mensen en gebak
 $\forall x(Wx \rightarrow \forall y((Ry \wedge Bxy) \rightarrow Ay))$
- xviii) Vertaalsleutel en domein: idem, met toevoeging Zx: x is zoet.
 $\exists x(Wx \wedge \exists y(Bxy \wedge Ry \wedge Zy))$
- xix) Vertaalsleutel:
 Wxy: x woont in y
 Gxy: x is in y geboren
 Mx: x is een mens
 u: Urk
 Domein: mensen en steden
 $\forall x((Mx \wedge Wxu) \rightarrow Gxu)$
 $\neg \exists x(Mx \wedge Wxu \wedge \neg Gxu)$
- xx) Vertaalsleutel:
 Gxyz: x heeft y van z geleend
 Txyz: x heeft y aan z teruggegeven
 Bx: x is een boek
 j: Jan
 p: Piet
 Domein: mensen en dingen
 $\exists x(Bx \wedge Gjxp \wedge \neg Tjxp)$
- xxi) Vertaalsleutel:
 Ax: x is aardig
 Lx: x liegt
 Domein: mensen
 $\exists x(Ax \wedge Lx)$
- xxii) Vertaalsleutel:
 Bxyz: x belooft y aan z
 Dxy: x moet y doen
 Mx: x is een mens
 Hx: x is een handeling
 Domein: mensen en handelingen
 $\forall x((Mx \wedge \exists y(Hy \wedge \exists z(Mz \wedge Bxyz))) \rightarrow Dxy)$
- xxiii) Vertaalsleutel:
 Wxy: x woont in y

Dxy: x woont dichtbij y
 Hxy: x heeft y
 Mx: x is een mens
 Ax: x is een auto
 a: Almere
 domein: mensen, plaatsen en dingen
 $\forall x((Mx \wedge (Wxa \vee Dxa)) \rightarrow \exists y(Ay \wedge Hxy))$

xxiv) Vertaalsleutel:
 Mxy: x is moeilijker dan y
 Lx: x is logisch
 Domein: logische en onlogische zaken $\neg \exists x(Lx \wedge \exists y(Mxy \wedge \neg Ly))$

xxv) Vertaalsleutel:
 Wx: x is weg
 Gx: x wordt gezien
 Domein: mensen
 $\forall x(\neg Wx \rightarrow Gx)$

xxvi) Vertaalsleutel:
 Mx: x is een mens
 Hxy: x heeft y
 Ax: x is een auto
 Fx: x is een fiets
 Domein: mensen en vervoermiddelen
 $\forall x((Mx \wedge \neg \exists y(Hxy \wedge Ay)) \rightarrow \exists z(Fz \wedge Hxz))$

xxvii) Vertaalsleutel:
 Zx: x kan zetten
 Vx: x heeft verloren
 i: ik
 Domein: mensen
 $\forall x(\neg Zx \rightarrow Vx) \rightarrow Vi$

xxviii) Vertaalsleutel:
 Mx: x is een mens
 Fx: x is een fiets
 Lxy: x heeft y geleend
 Rxy: x rijdt op y
 Domein: mensen en dingen
 $\exists x \exists y(Mx \wedge Fy \wedge Lxy \wedge Rxy)$

xxix) Vertaalsleutel:
 Mx: x is een mens
 Fx: x is een fiets
 Lxyz: x heeft y van z geleend
 Txyz: x wil y teruggeven aan z
 Domein: mensen en dingen
 $\exists x \exists y \exists z(Mx \wedge Fy \wedge Mz \wedge Lxyz \wedge \neg Txyz)$

xxx) Vertaalsleutel:
 Lx: x maakt lawaai

Ex: x ergert zich

Domein: mensen

$\exists x Lx \rightarrow \forall y Ey$

xxxi) Vertaalsleutel:

Lx: x maakt lawaai

Exy: x ergert zich aan y

Domein: mensen

$\forall x(Lx \rightarrow \forall y Eyx)$

Hoofdstuk 7 - Boek

11.

- a) 1) $\neg(x)[Ax \rightarrow Bx]$
2) $(\exists x)\neg[Ax \rightarrow Bx]$ (Q.V. 1)
3) $(\exists x)\neg[\neg Ax \vee Bx]$ (Impl. 2)
4) $(\exists x)[Ax \wedge \neg Bx]$ (D.M. 3)
- b) 1) $\neg(\exists x)[Fx \wedge Kx]$
2) $(x)\neg[Fx \wedge Kx]$ (Q.V. 1)
3) $(x)[\neg Fx \vee \neg Kx]$ (D.M. 2)
4) $(x)[Fx \rightarrow \neg Kx]$ (Impl. 3)
- c) 1) $\neg(x)[Cx \rightarrow \neg Dx]$
2) $(\exists x)\neg[Cx \rightarrow \neg Dx]$ (Q.V. 1)
3) $(\exists x)\neg[\neg Cx \vee \neg Dx]$ (Impl. 2)
4) $(\exists x)[Cx \wedge Dx]$ (D.M. 3)
- d) 1) $\neg(\exists x)[Kx \wedge \neg Lx]$
2) $(x)\neg[Kx \wedge \neg Lx]$ (Q.V. 1)
3) $(x)[\neg Kx \vee Lx]$ (D.M. 2)
4) $(x)[Kx \rightarrow Lx]$ (Impl. 3)
- e) 1) $\neg(x)[\neg Lx \vee Mx]$
2) $(\exists x)\neg[\neg Lx \vee Mx]$ (Q.V. 1)
3) $(\exists x)[Lx \wedge \neg Mx]$ (D.M. 2)

Bewijzen

1. Vertaalsleutel:

Px: x is een politicus, Mx: x is een martelaar, Ix: x is een idealist

Domein: mensen

1) $(x)[Px \rightarrow \neg Ix]$ (Pr.)

2) $(x)[Mx \rightarrow Ix]$ (Pr.) $\therefore (x)[Px \rightarrow \neg Mx]$

3) $Pa \rightarrow \neg Ia$ (U.I. 1)

4) $Ma \rightarrow Ia$ (U.I. 2)

5) $\neg Ia \rightarrow \neg Ma$ (Contrap. 4)

6) $Pa \rightarrow \neg Ma$ (H.S. 3,5)

7) $(x)[Px \rightarrow \neg Mx]$ (U.G. 6) q.e.d.

2. Vertaalsleutel:

Mx : x is een man van de daad, Fx : x is een (echte) filosoof, Sx : x is een soldaat

Domein: mensen

- 1) $(x)[Mx \rightarrow \neg Fx]$ (Pr.)
- 2) $(x)[Sx \rightarrow Mx]$ (Pr.) $\therefore (x)[Fx \rightarrow \neg Sx]$
- 3) $Ma \rightarrow \neg Fa$ (U.I. 1)
- 4) $Sa \rightarrow Ma$ (U.I. 2)
- 5) $Fa \rightarrow \neg Ma$ (Contrap. 3)
- 6) $\neg Ma \rightarrow \neg Sa$ (Contrap. 4)
- 7) $Fa \rightarrow \neg Sa$ (H.S. 5,6)
- 8) $(x)[Fx \rightarrow \neg Sx]$ (U.G. 7) q.e.d.

3. Vertaalsleutel:

Ox : x is een ontwikkelingsland, Rx : x heeft recht op steun, Nx : x is niet zelfstandig

Domein: landen

- 1) $(x)[Ox \rightarrow Rx]$ (Pr.)
- 2) $(x)[Nx \rightarrow Ox]$ (Pr.) $\therefore (x)[Nx \rightarrow Rx]$
- 3) $Oa \rightarrow Ra$ (U.I. 1)
- 4) $Na \rightarrow Oa$ (U.I. 2)
- 5) $Na \rightarrow Ra$ (H.S. 3,4)
- 6) $(x)[Nx \rightarrow Rx]$ (U.G. 6) q.e.d.

4. Ongeldig, a (parasiet) ongedistribueerd in de premisse, maar gedistribueerd in de conclusie:

Ama

Emb

Eba

5. Vertaalsleutel:

Ux : x is een onderzeeër, Px : x is een pleziervaartuig, Ox : x is een oorlogsschip

Domein: schepen

- 1) $(x)[Ux \rightarrow Ox]$ (Pr.)
- 2) $(x)[Px \rightarrow \neg Ox]$ (Pr.) $\therefore (x)[Ux \rightarrow \neg Px]$
- 3) $Ua \rightarrow Oa$ (U.I. 1)
- 4) $Pa \rightarrow \neg Oa$ (U.I. 2)
- 5) $Oa \rightarrow \neg Pa$ (Contrap. 4)
- 6) $Ua \rightarrow \neg Pa$ (H.S. 3,5)
- 7) $(x)[Ux \rightarrow \neg Px]$ (U.G. 6) q.e.d.

6. Ongeldig, b (lafaard) ongedistribueerd in de premisse, maar gedistribueerd in de conclusie:

Eam

Amb

Eba

7. Vertaalsleutel:

Mx : x is een musicus, Vx : x is een voetbalfan, Sx : x is een stedeling

Domein: mensen

- 1) $(\exists x)[Mx \wedge \neg Vx]$ (Pr.)
- 2) $(x)[Sx \rightarrow Vx]$ (Pr.) $\therefore (\exists x)[Mx \wedge \neg Sx]$
- 3) $Ma \wedge \neg Va$ (E.I. 1)
- 4) $Sa \rightarrow Va$ (U.I. 2)
- 5) $\neg Va$ (Simpl. 3)

- 6) $\neg Sa$ (T.T. 4,5)
- 7) Ma (Simpl. 3)
- 8) $Ma \wedge \neg Sa$ (Conj. 6,7)
- 9) $(\exists x)[Mx \wedge \neg Sx]$ (E.G. 8) q.e.d.

8. Vertaalsleutel:

Mx: x is methodist, Kx: x is katholiek, Px: x is protestant

Domein: gelovigen

- 1) $(\exists x)[Mx]$ (Extra Pr.)
- 2) $(x)[Px \rightarrow \neg Kx]$ (Pr.)
- 3) $(x)[Mx \rightarrow Px]$ (Pr.) $\therefore (\exists x)[Mx \wedge \neg Kx]$
- 4) Ma (E.I. 1)
- 5) $Pa \rightarrow \neg Ka$ (U.I. 2)
- 6) $Ma \rightarrow Pa$ (U.I. 3)
- 7) $Ma \rightarrow \neg Ka$ (H.S. 5,6)
- 8) $\neg Ka$ (P.P. 4,7)
- 9) $Ma \wedge \neg Ka$ (Conj. 4,8)
- 10) $(\exists x)[Mx \wedge \neg Kx]$ (E.G. 9) q.e.d.

- 9. 1) $(x)[Px \rightarrow Rx]$ (Pr.)
- 2) $(\exists x)[Px \wedge \neg Qx]$ (Pr.) $\therefore (\exists x)[Rx \wedge \neg Qx]$
- 3) $Pa \wedge \neg Qa$ (E.I. 2)
- 4) $Pa \rightarrow Ra$ (U.I. 1)
- 5) Pa (Simpl. 3)
- 6) Ra (P.P. 4,5)
- 7) $\neg Qa$ (Simpl. 3)
- 8) $Ra \wedge \neg Qa$ (Conj. 6,7)
- 9) $(\exists x)[Rx \wedge \neg Qx]$ (E.G. 8) q.e.d.

- 10. 1) $(x)[Dx \rightarrow Ex]$ (Pr.)
- 2) $(\exists x)[Fx \wedge \neg Ex]$ (Pr.) $\therefore (\exists x)[Fx \wedge \neg Dx]$
- 3) $Fa \wedge \neg Ea$ (E.I. 2)
- 4) $Da \rightarrow Ea$ (U.I. 1)
- 5) $\neg Ea$ (Simpl. 3)
- 6) $\neg Da$ (T.T. 4)
- 7) Fa (Simpl. 3)
- 8) $Fa \wedge \neg Da$ (Conj. 6,7)
- 9) $(\exists x)[Fx \wedge \neg Dx]$ (E.G. 8) q.e.d.

Waarheidsbomen

- √1) $a = b$ Pr.
- 2) $\therefore Pa \leftrightarrow Pb$
- 3) $\neg(Pa \leftrightarrow Pb)$ Negatie 2
- 1. √4) $\neg(Pa \leftrightarrow Pa)$ Regel voor '=' 1,3
- \wedge
- 5) $Pa \quad \neg Pa$ Regel $\neg(P \leftrightarrow Q)$
- 6) $\neg Pa \quad Pa$ (idem)
- x x

Alle paden gesloten, dus geldig.

- $\sqrt{1)}$ $Pa \leftrightarrow Pb$ Pr.
 $2)$ $\therefore a = b$
 $\sqrt{3)}$ $a \neq b$ Negatie 2
 \wedge
 $4)$ $Pa \quad \neg Pa$ Regel $(P \leftrightarrow Q)$ 1
 $5)$ $Pb \quad \neg Pb$ (idem)

Boom kan niet worden afgesloten, dus ongeldig.

- $\sqrt{1)}$ $(\exists x)[Ux \wedge Hx]$ Pr.
 $\sqrt{2)}$ Uh Pr.
 $3)$ $\therefore Hh$
 $\sqrt{4)}$ $\neg Hh$ Negatie 3
 $\sqrt{5)}$ $Ua \wedge Ha$ E.I. 1 (Let op: 'h' mag niet worden gebruikt!)
 $6)$ Ua Regel $(P \wedge Q)$ 5
 $7)$ Ha (idem)

Boom kan niet worden afgesloten, dus ongeldig.

- $\sqrt{1)}$ $\neg Uj$ Pr.
 $\sqrt{2)}$ $(x)[Ux \rightarrow Sx]$ Pr.
 $3)$ $\therefore \neg Sj$
 $\sqrt{4)}$ Sj Negatie 3
 $\sqrt{5)}$ $Uj \rightarrow Sj$ U.I. 2
 \wedge
 $6)$ $\neg Uj \quad Sj$ Regel $(P \rightarrow Q)$ 5

Boom kan niet worden afgesloten, dus ongeldig.

- $\sqrt{1)}$ $(x)[Px \rightarrow Mx]$ Pr.
 $\sqrt{2)}$ $(\exists x)[Ax \wedge Px]$ Pr.
 $3)$ $\therefore (\exists x)[Ax \wedge Mx]$
 $4)$ $\neg(\exists x)[Ax \wedge Mx]$ Negatie 3
 $5)$ $(x)\neg[Ax \wedge Mx]$ Q.V. 4
 $\sqrt{6)}$ $(x)[\neg Ax \vee \neg Mx]$ D.M.5
 $\sqrt{7)}$ $Aa \wedge Pa$ E.I. 2
 $8)$ Aa Regel $(P \wedge Q)$ 7
 $9)$ Pa (idem)
 $\sqrt{10)}$ $Pa \rightarrow Ma$ U.I. 1
 \wedge
 $11)$ $\neg Pa \quad Ma$ Regel $(P \rightarrow Q)$ 10
 \times
 $\sqrt{12)}$ $\neg Aa \vee \neg Ma$ U.I. 6
 \wedge
 $13)$ $\neg Aa \quad \neg Ma$ Regel $(P \vee Q)$ 12
 $\times \quad \times$

Alle paden gesloten, dus geldig.