# Antwoorden Logica Oefeningen H5

## Hoofdstuk 5

### Bij 5.2 en 5.3:

p: Oldenbarnevelt werd vermoord
q: Willem III werd vermoord
r: Amsterdam is de grootste stad van Nederland
p/1, q/0

a) $p \vee q = 1 \vee 0 = 1$

b) $\neg(p \wedge q) = \neg(1 \wedge 0) = \neg(0) = 1$

c) $\neg p \wedge q = \neg(1) \wedge 0 = 0 \wedge 0 = 0$

d) $p \wedge \neg q = 1 \wedge \neg 0 = 1 \wedge 1 = 1$

e) $\neg p \vee \neg q = \neg(1) \vee \neg(0) = 0 \vee 1 = 1$

f) $q \wedge (\neg p \vee r) = 0 \wedge (\neg(1) \vee r) = 0 \wedge (0 \vee r) = 0$

g) $(q \wedge p) \vee (q \wedge r) = (0 \wedge 1) \vee (0 \wedge r) = 0 \vee 0 = 0$

### Bij 5.3:

N.B.: de volgende opgaven zijn voor de volledigheid helemaal uitgeschreven, maar je kan natuurlijk eigenlijk al sneller zien dat iets waar of onwaar is! Als een van de leden van een $\wedge$ onwaar is, dan is de hele functie onwaar; als een van de leden van een $\vee$ waar is, dan is de hele functie waar; als het antecedent van een $\rightarrow$ onwaar is (of het consequent waar), dan weet je al dat de hele functie waar is.

p/1, q/1, r/1, s/0, t/0, w/0

1) $(p \wedge s) \vee (q \wedge t) = (1 \wedge 0) \vee (1 \wedge 0) = 0 \vee 0 = 0$

2) $(p \vee s) \wedge (q \vee t) = (1 \vee 0) \wedge (1 \vee 0) = 1 \wedge 1 = 1$

3) $\neg(p \wedge s) \vee \neg(q \wedge t) = \neg(1 \wedge 0) \vee \neg(1 \wedge 0) = \neg(0) \vee \neg(0) = 1 \vee 1 = 1$

4) $\neg(p \vee s) \wedge \neg(q \vee t) = \neg(1 \vee 0) \wedge \neg(1 \vee 0) = \neg(1) \wedge \neg(1) = 0 \wedge 0 = 0$

5) $\neg p \vee q = \neg(1) \vee 1 = 0 \vee 1 = 1$

6) $(p \rightarrow s) \rightarrow (\neg s \rightarrow \neg p) = (1 \rightarrow 0) \rightarrow (\neg(0) \rightarrow \neg(1)) = 0 \rightarrow (1 \rightarrow 0) = 0 \rightarrow 0 = 1$

7) $((p \to s) \to t) \to (p \to (s \to t)) = ((1 \to 0) \to 0) \to (1 \to (0 \to 0)) =$
$(0 \to 0) \to (1 \to 1) = 1 \to 1 = 1$

8) $(p \to (s \wedge t)) \to ((p \to s) \to t) = (1 \to (0 \wedge 0)) \to ((1 \to 0) \to 0) = (1 \to 0) \to (0 \to 0) =$
$0 \to 1 = 1$

Omdat het vanaf 4 variabelen echt niet meer efficiënt is om een bevestigingstabel te maken, zullen we daar de indirecte methode van falsificatie gebruiken.

9)

| $p$ | $q$ | $(p \to q)$ | $\to$ | $(\neg q$ | $\to$ | $\neg p)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

Bij alle mogelijkheden waar, dus een wet.

10)

| $p$ | $q$ | $r$ | $((p \to q)$ | $\wedge$ | $(p \to r))$ | $\to$ | $(q \to r)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

Onwaar wanneer p/0, q/1, r/0, dus geen wet.

11)

| $p$ | $q$ | $r$ | $(((p \to q)$ | $\wedge$ | $(r \to q))$ | $\wedge$ | $\neg q)$ | $\to$ | $(\neg p$ | $\vee$ | $\neg r)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

Bij alle mogelijkheden waar, dus een wet.

12)

| $p$ | $q$ | $r$ | $(((p \to q)$ | $\wedge$ | $(p \to r))$ | $\wedge$ | $\neg p)$ | $\to$ | $(\neg q$ | $\vee$ | $\neg r)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

Onwaar wanneer p/0, q/1, r/1, dus geen wet.

13) $(((p \to q) \wedge (r \to s)) \wedge (p \vee r)) \to (q \vee s)$
We zoeken de waarden op die als einduitkomst 0 kunnen opleveren, het antecedent moet dus 1 worden en het consequent 0.
$(q \vee s) = 0$, dus $q = 0$ en $s = 0$.
Dus $(p \to q) \wedge (r \to s) = (p \to 0) \wedge (r \to 0)$.
Dit betekent dat $p = 0$ en $r = 0$, anders worden de implicaties en daarmee het gehele conjunct van het antecedent onwaar.
Maar als $p = 0$ en $r = 0$, dan $(p \vee r) = (0 \vee 0) = 0$.
Dus is $((p \to q) \wedge (r \to s)) \wedge (p \vee r) = (1 \wedge 1) \wedge 0 = 0$.
Dit betekent dat het antecedent 0 is als het consequent 0 is. Er is dus geen falsificatie mogelijk, dus is er sprake van een wet!

14) $(((p \to q) \wedge (r \to s)) \wedge (\neg q \vee \neg s)) \to (\neg p \vee \neg r)$
Voor falsificatie moet het antecedent 1 worden en het consequent 0.
$(\neg p \vee \neg r) = 0$, dus $p = 1$ en $r = 1$.
Dus $q = 1$ en $s = 1$ om te zorgen dat $((p \to q) \wedge (r \to s)) = 1$.
Maar dan geldt dat $(\neg q \vee \neg s) = (0 \vee 0) = 0$.
Het antecedent is dus 0 als het consequent 0 is, dus geen falsificatie mogelijk. Dus een wet.

15)

| $p$ | $q$ | $r$ | $((p \wedge q)$ | $\vee$ | $(p \wedge r))$ | $\to$ | $(p \wedge$ | $(q \vee r))$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |

Bij alle mogelijkheden waar, dus een wet.

16) p: je vertelt de waarheid
q: de mensen haten je
r: God haat je
$(((p \to q) \wedge (\neg p \to r)) \wedge (p \vee \neg p)) \to (r \vee q)$
Voor falsificatie moet het antecedent 1 worden en het consequent 0.
$(r \vee q) = 0$, dus $r = 0$ en $q = 0$.
Om het antecedent 1 te laten worden moet gelden dat $((p \to q) \wedge (\neg p \to r)) = 1$.
Maar aangezien $q = 0$ en $r = 0$, moet dan zowel gelden dat $p = 0$ als $\neg p = 0$, wat onmogelijk is.
Dus het antecedent is 0 wanneer het consequent 0 is, dus geen falsificatie mogelijk, dus een wet.

17) p: Pietersen heeft ons telefoontje ontvangen
q: Pietersen heeft onmiddellijk het vliegtuig genomen
r: Pietersen heeft ons verzoek genegeerd
$((p \to (q \succ\!\!\prec r)) \wedge \neg q) \to (p \to r)$
Voor falsificatie moet het antecedent 1 worden en het consequent 0.
Dus $(p \to r) = 0$, dus $p = 1$ en $r = 0$.
Dan moet het zo zijn dat $q = 1$, anders geldt dat $(p \to (q \succ\!\!\prec r)) = 0$.
Maar dan geldt dat $\neg q = 0$, waardoor het antecedent alsnog 0 is.

Dus het antecedent is 0 wanneer het consequent 0 is, dus geen falsificatie mogelijk, dus een wet.

18) p: Pietersen heeft ons telefoontje ontvangen
q: Pietersen heeft het vliegtuig genomen
r: Pietersen zal morgenochtend hier zijn
$((p \to (q \wedge r)) \wedge \neg q) \to \neg p$
Voor falsificatie moet het antecedent 1 worden en het consequent 0.
Dus $p = 1$ (vanwege consequent) en $q = 0$ (vanwege antecedent).
Maar dan geldt dat $(q \wedge r) = 0$ en dus dat $(p \to (q \wedge r)) = 0$.
Dus het antecedent is 0 wanneer het consequent 0 is, dus geen falsificatie mogelijk, dus een wet.

19) p: Pietersen heeft ons telefoontje ontvangen
q: Pietersen heeft onmiddellijk het vliegtuig genomen
r: Pietersen heeft ons verzoek genegeerd.
$((p \to (q \succ\!\prec r)) \wedge q) \to (p \to \neg r)$
Voor falsificatie moet het antecedent 1 worden en het consequent 0.
Dus $p = 1$ en $r = 1$ (vanwege het consequent) en $q = 1$ (vanwege het antecedent).
Maar dan geldt dat $p \to (q \succ\!\prec r) = 1 \to (1 \succ\!\prec 1) = 1 \to 0 = 0$.
Dus het antecedent is 0 wanneer het consequent 0 is, dus geen falsificatie mogelijk, dus een wet.

## Bij 5.4:

1) Een contingente uitspraak is soms waar en soms onwaar, bijvoorbeeld: "het regent".

2) Een formele onwaarheid is een formule die vanwege zijn vorm altijd ontkracht moet worden, altijd onwaar is, bijvoorbeeld: $p \wedge \neg p$.

3) a) $((p \to q) \wedge r) \to (p \to (q \to r))$
Voor falsificatie moet het antecedent 1 worden en het consequent 0.
Dus $(p \to (q \to r)) = 0$, dus geldt dat $p = 1$ en $(q \to r) = 0$.
Dus $q = 1$ en $r = 0$.
Maar dan geldt dat $((p \to q) \wedge r) = ((1 \to 1) \wedge 0) = 0$.
Dus het antecedent is 0 wanneer het consequent 0 is, dus geen falsificatie mogelijk, dus een tautologie.

b) $((p \to q) \vee (\neg p \to \neg q)) \to ((r \vee \neg r) \to (r \wedge \neg r))$
Hier valt meteen iets op bij het consequent:
$(r \vee \neg r) = 1$ (tautologie) en $(r \wedge \neg r) = 0$ (contradictie).
Er geldt dus altijd dat $((r \vee \neg r) \to (r \wedge \neg r)) = (1 \to 0) = 0$.
Als het antecedent altijd 1 is, dan is dit dus een contradictie.
Stel $p = 0$, dan geldt dat $(p \to q) = (0 \to q) = 1$, dus dat betekent dan ook weer dat $((p \to q) \vee (\neg p \to \neg q)) = 1$.
Stel $p = 1$, dan geldt dat $(\neg p \to \neg q) = (0 \to \neg q) = 1$, dus dan geldt ook dat $((p \to q) \vee (\neg p \to \neg q)) = 1$.
Het antecedent is altijd 1 (tautologie) en het consequent is altijd 0 (contradictie), dus is het geheel een contradictie, want altijd 0.

c) Hoewel dit een contradictie lijkt in ons dagelijks taalgebruik, is dat logisch gezien niet zo!

| $p$ | $\rightarrow$ | $\neg p$ |
|---|---|---|
| 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |

Bij $p = 1$ is de formule onwaar, maar bij $p = 0$ is de formule waar, dus is de formule contingent.

d)

| $p$ | $q$ | $(p \wedge q)$ | $\vee$ | $(p \wedge$ | $\neg q)$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |

Soms waar, soms onwaar, dus contingent.

e) $(p \rightarrow q) \rightarrow (\neg p \vee q)$
Voor falsificatie moet het antecedent 1 worden en het consequent 0.
Dus $p = 1$ en $q = 0$, maar dan geldt dat $(p \rightarrow q) = (1 \rightarrow 0) = 0$.
Dus het antecedent is 0 wanneer het consequent 0 is, dus geen falsificatie, dus een tautologie.

## Bij 5.5:

1) Een wet zegt wat het geval *is* en is waar (semantisch); een regel zegt wat je *mag* doen en is geldig (syntactisch).

2) Door wat de wet zegt dat het geval is te vertalen in een regel die zegt wanneer je iets mag concluderen op basis van iets anders. Bijvoorbeeld: de simplificatiewet $(p \wedge q) \rightarrow p$ omzetten in de volgende regel:

$$\frac{\vdash p \wedge q}{\vdash p}$$

## Bij 5.6:

1) Vertaalsleutel:
p: de politieagent heeft de verandering gemerkt
q: de politieagent heeft de verandering goedgekeurd

| | | |
|---|---|---|
| 1) $\neg p \vee q$ | Pr. | |
| 2) $p$ | Pr. | $\therefore q$ |
| 3) $\neg\neg p$ | D.N. 2 | Deze tussenstap is niet noodzakelijk! |
| 4) $q$ | T.P. 1,3 | q.e.d. |

2) Vertaalsleutel:
p: de waterstof in de cylinder is met een vaste stof tot brandbare verengd
q: de waterstof in de cylinder is geheel verdampt

| | | |
|---|---|---|
| 1) $p \vee q$ | Pr. | |
| 2) $\neg q$ | Pr. | $\therefore p$ |
| 3) $p$ | T.P. 1,2 | q.e.d. |

3) Vertaalsleutel:
p: een [specifieke] politicus verandert zijn gedragslijn
q: een [specifieke] politicus maakt zich schuldig aan misleiding
r: een [specifieke] politicus wordt beschuldigd van onstandvastigheid

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1) | $\neg p \to q$ | Pr. | |
| 2) | $p \to r$ | Pr. | |
| 3) | $p \vee \neg p$ | Pr. | $\therefore q \vee r$ |
| 4) | $q \vee r$ | D.K. 1,2,3 | q.e.d. |

4) Vertaalsleutel:
p: Hij heeft het vergeten
q: Hij kan het tot een goed einde brengen

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1) | $\neg(p \vee \neg q)$ | Pr. | $\therefore q$ |
| 2) | $\neg p \wedge \neg\neg q$ | De M. 1 | |
| 3) | $\neg\neg q$ | Simpl. 2 | |
| 4) | $q$ | D.N. 3 | q.e.d. |

5) Vertaalsleutel:
p: Het lakmoespapier wordt rood
q: De oplossing is een zuur
r: Er is iets misgelopen

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1) | $p \to q$ | Pr. | $\therefore p \to (q \vee r)$ |
| 2) | $\neg p \vee q$ | Impl. 1 | |
| 3) | $(\neg p \vee q) \vee r$ | Add. 2 | |
| 4) | $\neg p \vee (q \vee r)$ | Ass. 3 | |
| 5) | $p \to (q \vee r)$ | Impl. 4 | q.e.d |

6) Vertaalsleutel:
p: Hij heeft vrienden
q: Hij respecteert vrienden als persoonlijkheden
r: Hij verwacht dat zij zich allemaal hetzelfde gedragen

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1) | $p \to q$ | Pr. | |
| 2) | $q \to \neg r$ | Pr. | |
| 3) | $p$ | Pr. | $\therefore \neg r$ |
| 4) | $p \to \neg r$ | H.S. 1,2 | |
| 5) | $\neg r$ | P.P. 3,4 | q.e.d. |

7) Vertaalsleutel:
p: Het slachtoffer had geld in zijn zak
q: Roof was het enige motief voor de moord
r: Wraak was het enige motief voor de moord

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1) | $p \to \neg q$ | Pr. | |
| 2) | $q \vee r$ | Pr. | |
| 3) | $p$ | Pr. | $\therefore r$ |
| 4) | $\neg q$ | P.P. 1,3 | |
| 5) | $r$ | T.P. 2,4 | q.e.d. |

8) Vertaalsleutel:
p: Napoleon moest veroordeeld worden
q: Napoleon gebruikte macht waarop hij geen recht had
r: Napoleon was een wettig staatshoofd

| | | |
|---|---|---|
| 1) $q \to p$ | Pr. | |
| 2) $r \vee q$ | Pr. | |
| 3) $\neg r$ | Pr. | $\therefore p$ |
| 4) $q$ | T.P. 2,3 | |
| 5) $p$ | P.P. 1,4 | q.e.d. |

9) Vertaalsleutel:
p: De wetten zijn goed
q: De wetten worden strikt toegepast
r: De misdadigheid zal afnemen
s: Ons probleem is een praktisch probleem

| | | |
|---|---|---|
| 1) $(p \wedge q) \to r$ | Pr. | |
| 2) $(q \to r) \to s$ | Pr. | |
| 3) $p$ | Pr. | $\therefore s$ |
| 4) $p \to (q \to r)$ | Exp. 1 | |
| 5) $p \to s$ | H.S. 2,4 | |
| 6) $s$ | P.P. 3,5 | q.e.d. |
| 5*) $q \to r$ | P.P. 3,4 | |
| 6*) $s$ | P.P. 2,5* | q.e.d. |

10) Vertaalsleutel:
p: Romeins burgerschap garandeert de menselijke vrijheden
q: Romeins burgerschap garanadeert de vrijheid van godsdienst
r: De eerste christenen te Rome waren vervolgd

| | | |
|---|---|---|
| 1) $p \to q$ | Pr. | |
| 2) $q \to \neg r$ | Pr. | |
| 3) $r$ | Pr. | $\therefore \neg p$ |
| 4) $\neg q$ | T.T. 2,3 | |
| 5) $\neg p$ | T.T. 1,4 | q.e.d. |

11) Vertaalsleutel:
p: Het nieuwe stadhuis ligt op een goede plaats
q: Het nieuwe stadhuis ligt midden in de stad
r: Het nieuwe stadhuis beantwoordt aan zijn bestemming
s: Er is plaats voor alle afdelingen
t: Het kost meer dan 10 miljoen gulden

| | | |
|---|---|---|
| 1) $p \to q$ | Pr. | |
| 2) $r \to (s \wedge t)$ | Pr. | |
| 3) $\neg t$ | Pr. | $\therefore \neg p \vee \neg r$ |
| 4) $\neg t \vee \neg s$ | Add. 3 | |
| 5) $\neg s \vee \neg t$ | Comm. 4 | |
| 6) $\neg(s \wedge t)$ | De M. 4 | |
| 7) $\neg r$ | T.T. 2,6 | |
| 8) $\neg r \vee \neg p$ | Add. 7 | |
| 9) $\neg p \vee \neg r$ | Comm. 8 | q.e.d. |

12) Vertaalsleutel:
p: De suppoost had op de alarmknop gedrukt
q: De kassier had op de alarmknop gedrukt
r: De sirene zou automatisch begonnen zijn
s: De politie was binnen drie minuten hier geweest
t: De auto van de rovers was onderschept.

| | | |
|---|---|---|
| 1) $(p \vee q) \to (r \wedge s)$ | Pr. | |
| 2) $s \to t$ | Pr. | |
| 3) $\neg t$ | Pr. | $\therefore \neg p$ |
| 4) $\neg s$ | T.T. 2,3 | |
| 5) $\neg s \vee \neg r$ | Add. 4 | |
| 6) $\neg r \vee \neg s$ | Comm. 5 | |
| 7) $\neg(r \wedge s)$ | De M. 6 | |
| 8) $\neg(p \vee q)$ | T.T. 1,7 | |
| 9) $\neg p \wedge \neg q$ | De M. 8 | |
| 10) $\neg p$ | Simpl. 9 | q.e.d. |

13) Vertaalsleutel:
p: Iemand wordt steeds geleid door zijn plichtsbesef
q: Iemand moet veel plezier achterwege laten
r: Iemand wordt steeds geleid door zijn zucht naar plezier
s: Iemand zal dikwijls zijn plicht verwaarlozen

| | | |
|---|---|---|
| 1) $(p \to q) \wedge (r \to s)$ | Pr. | |
| 2) $p \succ\!\!\prec r$ | Pr. | |
| 3) $(p \to \neg s) \wedge (r \to \neg q)$ | Pr. | $\therefore \neg s \to q$ |
| 4) $q \vee s$ | D.K. 1,2 | |
| 5) $s \vee q$ | Comm. 4 | |
| 6) $\neg s \to q$ | Impl. 5 | q.e.d. |

14) Vertaalsleutel:
p: Wij gaan economisch vergaande banden met andere Europese landen aan
q: Wij isoleren ons economisch
r: Overeenkomsten betreffende tarieven en heffingen zijn ingesloten
s: We verliezen onze vrijheid met betrekking tot de belastingpolitiek.

| | | |
|---|---|---|
| 1) $p \succ\!\!\prec q$ | Pr. | |
| 2) $\neg q$ | Pr. | |
| 3) $p \to r$ | Pr. | |
| 4) $r \to s$ | Pr. | $\therefore s$ |
| 5) $p$ | T.P. 1,2 | |
| 6) $p \to s$ | H.S. 3,4 | |
| 7) $s$ | P.P. 5,6 | q.e.d. |

## Bij 5.7:

1)

| | | |
|---|---|---|
| $\surd$1) | $p \vee q$ | Pr. |
| $\surd$2) | $r \vee s$ | Pr. |
| 3) | $\therefore p \to s$ | |
| $\surd$4) | $\neg(p \to s)$ | Negatie 3 |
| 5) | $p$ | Regel $\neg(P \to Q)$ |
| 6) | $\neg s$ | (idem) |
| | /\ | |
| 7) | $r$ $s$ | Regel $(P \vee Q)$ 2 |
| | / \ x | |
| 8) | $p$ $q$ | Regel $(P \vee Q)$ 1 |

Twee open paden, dus ongeldig.

2)

| | | |
|---|---|---|
| $\surd$1) | $p \to q$ | Pr. |
| $\surd$2) | $r \to s$ | Pr. |
| $\surd$3) | $p \vee r$ | Pr. |
| 4) | $\therefore q \vee s$ | |
| $\surd$5) | $\neg(q \vee s)$ | Negatie 4 |
| 6) | $\neg q$ | Regel $\neg(P \vee Q)$ 5 |
| 7) | $\neg s$ | (idem) |
| | /\ | |
| 8) | $q$ $\neg p$ | Regel $(P \to Q)$ 1 |
| | x /\ | |
| 9) | $p$ $r$ | Regel $(P \vee R)$ 3 |
| | x /\ | |
| 10) | $\neg r$ $s$ | Regel $(P \to Q)$ 2 |
| | x x | |

Alle paden gesloten, dus geldig.

3)

$$
\begin{array}{rll}
\surd 1) & p \vee q & \text{Pr.} \\
\surd 2) & \neg r \vee s & \text{Pr.} \\
\surd 3) & r \vee \neg s & \text{Pr.} \\
4) & \therefore p \vee r & \\
\surd 5) & \neg(p \vee r) & \text{Negatie 4} \\
6) & \neg p & \text{Regel } \neg(P \vee Q)\ 5 \\
7) & \neg r & \text{(idem)} \\
 & /\backslash & \\
8) & r \quad \neg s & \text{Regel } (P \vee Q)\ 3 \\
 & \text{x} \quad /\backslash & \\
9) & \quad \neg r \quad s & \text{Regel } (P \vee Q)\ 2 \\
 & /\backslash \quad \text{x} & \\
10) & p \quad q & \text{Regel } (P \vee Q)\ 1 \\
 & \text{x} &
\end{array}
$$

Open pad, dus ongeldig.

4)

$$
\begin{array}{rll}
\surd 1) & p \to q & \text{Pr.} \\
\surd 2) & \neg r \to \neg q & \text{Pr.} \\
3) & \therefore p \to \neg r & \\
\surd 4) & \neg(p \to \neg r) & \text{Negatie 3} \\
5) & p & \text{Regel } \neg(P \to Q)\ 4 \\
6) & r & \text{(idem)} \\
 & /\backslash & \\
7) & \neg p \quad q & \text{Regel } (P \to Q)\ 1 \\
 & \text{x} \quad /\backslash & \\
8) & \quad r \quad \neg q & \text{Regel } (P \to Q)\ 2 \\
 & \quad \text{x} &
\end{array}
$$

Open pad, dus ongeldig.

5)

$$
\begin{array}{rll}
\surd 1) & p \to (q \vee \neg p) & \text{Pr.} \\
\surd 2) & q & \text{Pr.} \\
3) & \therefore \neg p & \\
\surd 4) & p & \text{Negatie 3} \\
 & /\backslash & \\
5) & \neg p \quad (q \vee \neg p) & \text{Regel } (P \to Q)\ 1 \\
 & \text{x} \quad /\backslash & \\
6) & \quad q \quad \neg p & \text{Regel } (P \vee Q)\ 5 \\
 & \quad \text{x} &
\end{array}
$$

Open pad, dus ongeldig.

6)

$\surd$1) $p \leftrightarrow q$ Pr.

$\surd$2) $\neg(q \leftrightarrow r)$ Pr.

3) $\therefore \neg r \rightarrow p$

$\surd$4) $\neg(\neg r \rightarrow p)$ Negatie 3

5) $\neg r$ Regel $\neg(P \rightarrow Q)$ 4

6) $\neg p$ (idem)

$/\backslash$

7) $p \quad \neg p$ Regel $(P \leftrightarrow Q)$ 1

8) $q \quad \neg q$ (idem)

x $\quad /\backslash$

9) $q \quad \neg q$ Regel $\neg(P \leftrightarrow Q)$ 2

10) $\neg r \quad r$ (idem)

x $\quad$ x

Alle paden gesloten, dus geldig.